

4.9

$$|a_n b_n - ab| < \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 |b| + \varepsilon_2 |a|$$

が得られたら、

$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 |b| + \varepsilon_2 |a| \leq \varepsilon$$

をみたすように $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を決めればよいが、

このときは $\varepsilon_1 = \boxed{\quad}$, $\varepsilon_2 = \boxed{\quad}$

の $\boxed{\quad}$ は $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を用いずに決めないと

いけない。

アイデア1 $\boxed{\varepsilon_1 = \varepsilon_2}$ とおくと $\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1(|a| + |b|) = \varepsilon$

を ε_1 に関する二次方程式とみたときの正の解を
用いればよいだろう。

アイデア2 $\boxed{\varepsilon_1, \varepsilon_2 \leq 1}$ を仮定しておくと

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_1 |b| + \varepsilon_2 |a| \leq \varepsilon \quad \text{だから}$$

$$\boxed{\varepsilon_1 \leq \frac{\varepsilon}{3}}, \quad \boxed{\varepsilon_1 |b| \leq \frac{\varepsilon}{3}}, \quad \boxed{\varepsilon_2 |a| \leq \frac{\varepsilon}{3}}$$

をみたせばうまくいきそう。 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ をどうとれば
よいか？