

微分積分学 A 試験問題

2019年7月25日 第2時限施行 担当 水野 将司

学生番号 _____ 名前 _____

注意事項: ノート・辞書・参考書・教科書・コピー・電卓の使用を禁ず.

問題 1.

$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ に対して $f(x) := x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ で定義する. この時 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

となることを ε - δ 論法を用いて証明を与えよ.

問題 2.

関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R}$ に対して $f(x) := 3x^4 - 2019$ で定義する. $f(x)$ が $x = -1$ で連続であることを, ε - δ 論法を用いて証明せよ.

問題 3.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ が \mathbb{R} 上連続関数である時, $f - g$ が \mathbb{R} 上連続関数であることを, ε - δ 論法を用いて証明せよ.

問題 4.

x の方程式 $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ は相異なる 3 つの実数解を持つことを示せ.

問題 5.

$f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in [1, \infty)$ に対して $f(x) = \frac{1}{x}$ で定義する. この時, f は $[1, \infty)$ 上で一様

連続であることを示せ.

問題 6.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R}$ に対して $f(x) := x^3$ で定義する. この時, f が \mathbb{R} 上連続となることを ε - δ 論法を用いて示せ.

微分積分学 A 試験問題

2019年7月25日 第3時限施行 担当 水野 将司

学生番号 _____ 名前 _____

注意事項: ノート・辞書・参考書・教科書・コピー・電卓の使用を禁ず。

問題 1.

$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ に対して $f(x) := x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$ で定義する. この時 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ となることを ε - δ 論法を用いて証明を与えよ.

問題 2.

関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R}$ に対して $f(x) := -2x^4 + 1729$ で定義する. $f(x)$ が $x = -1$ で連続であることを, ε - δ 論法を用いて証明せよ.

問題 3.

\mathbb{R} 上連続関数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ と $c \in \mathbb{R}$ に対して cf が \mathbb{R} 上連続関数であることを, ε - δ 論法を用いて証明せよ.

問題 4.

x の方程式 $8x^3 - 6x + 1 = 0$ は相異なる 3 つの実数解を持つことを示せ.

問題 5.

$f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in (0, \infty)$ に対して $f(x) = \sqrt{1+x}$ で定義する. この時, f は $(0, \infty)$ 上で一様連続であることを示せ.

問題 6.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $x \in \mathbb{R}$ に対して $f(x) := x^3$ で定義する. この時, f が \mathbb{R} 上連続となることを ε - δ 論法を用いて示せ.