

# 0で割り算する話 —考えないのはなぜ?—

水野 将司

日本大学理工学部数学科


2016年8月6日



# 0 である除法は考えない？

0 である除法は考えない。

なぜ考えないのか？ 考えてみたっていいじゃない!!



何かを考えてみると、別の考え方がうまくいかなくなることを確かめることはとても大切

この講義でとりあげること

$1 \div 0$  と  $0 \div 0$  がどうして考えないのかを考えてみる。  
何が困るだろうか??

# 1 ÷ 0 を考える

実数  $x, y$  に対して  $z \times y = x$  となる実数  $z$  を求める計算が割り算  $x \div y$  である。

1 ÷ 0 を考えるということは？

$z \times 0 = 1$  となる  $z$  を求めなさい

こんな  $z$  はない (∵ どんな数に 0 をかけても、積は 0 になる)

$z \times 0 = 1$  となる  $z$  があつたとするとどうなるか？

# 準備：2 ÷ 1 からわかること

2 ÷ 1 = 2 と 2 ÷ 1.01 や 2 ÷ 0.99 は近い数？

$y$	0.9	0.99	0.999	0.9999	1
$2 \div y$	2.2222	2.0202	2.0020	2.0002	2

$y$	1	1.0001	1.001	1.01	1.1
$2 \div y$	2	1.9998	1.9980	1.9801	1.8181

割る数を少し変化させたとしても、答えはそんなにかわらない

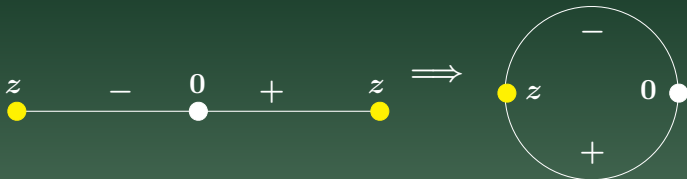
# 本番： $1 \div 0 = z$ に近い数

$1 \div 0$  に近い数？

$y$	-0.1	-0.01	-0.001	-0.0001	0
$1 \div y$	-10	-100	-1000	-10000	$z$
$y$	0	0.0001	0.001	0.01	0.1
$1 \div y$	$z$	10000	1000	100	10

数直線で考えてみると...

$z$  はとても大きな数で、とても小さな数  $\implies$  大小関係が壊れてしまう



# 0 ÷ 0 を考える

実数  $x, y$  に対して  $z \times y = x$  となる実数  $z$  を求める計算が割り算  $x \div y$  である。

0 ÷ 0 を考えるということは？

$z \times 0 = 0$  となる  $z$  を求めなさい

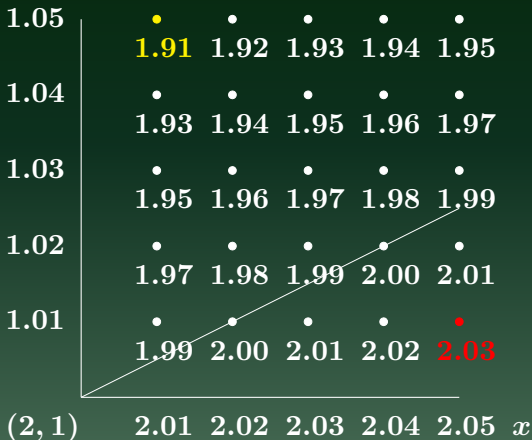
こんな  $z$  はたくさんあってどれを選べばよいかわからない ( $\because$  どんな数に 0 をかけても, 積は 0 になる)

0 ÷ 0 =  $z$  を決めてしまうとどう困るのか？

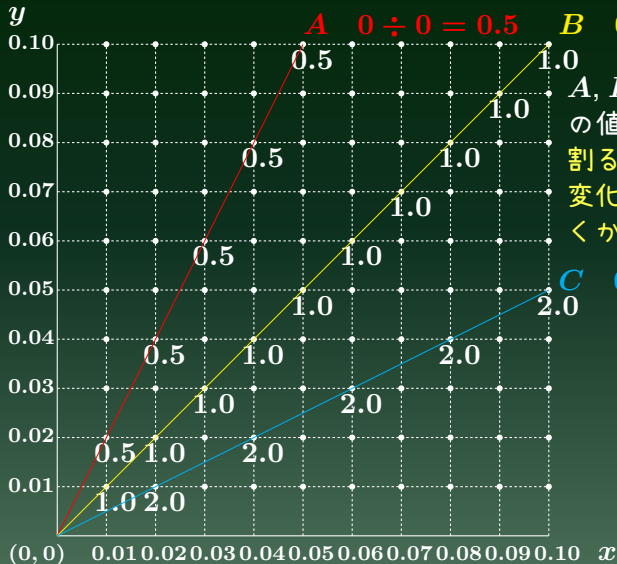
# 準備：2 ÷ 1 からわかること

$y$

割る数, 割られる数を  
少し変化させたとし  
ても, 答えはそんなに  
かわらない



# 本番：0 ÷ 0 を考える



**A**  $0 \div 0 = 0.5$

**B**  $0 \div 0 = 1$

A, B, C で  $0 \div 0$  の近似の値が異なる

割る数, 割られる数を少し変化させると, 答えは大きくかわってしまう!!

**C**  $0 \div 0 = 2$



# 理論的側面

大学の数学と関係あるの??

実はとっても関係がある!!!

二変数関数  $z = f(x, y) = x \div y$  の連続性と関係がある!!!

$$y = f(x) \text{ が } x_0 \text{ で連続} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$z = f(x, y) \text{ が } (x_0, y_0) \text{ で連続} \Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = f(x_0, y_0)$$

$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}}$  はいったいナニモノ?? (大学数学の微分積分の話)

# 最後に...

何がいいたかったの??

$0 \div 0$  はおもっているよりも深い, 大学数学の話を含んでいる

- 中学・高校の数学の教科書には, よく考えると客観的な意味, 理由がわかりにくい場所がたくさんある (例えば, 近づくということはよく考えてみると, 人によって答えがまちまち)
- 大学数学を勉強してみると, 中学・高校の数学が違った見え方になる
- 「なぜうまくいかないか?」を考えてみることで, 新しい視点, 発見がみつかるかも?

日大理工数学科でこのようなことが学べます!!